Problèmes supplémentaires pour l'intra 1

STT1700

Automne 2011

1. Dans un certain pays, la probabilité qu'un bébé atteigne l'âge de 50 ans est de 90%; la probabilité qu'il atteigne l'âge de 70 ans est de 80%. Quelle est la probabilité qu'une personne de 50 ans atteigne l'âge de 70 ans?

2. On tire au hasard un compte à payer parmi les comptes pour lesquels un chèque a été émis en paiement. Soit A l'événement "le chèque a été émis en retard"; B l'événement "le chèque est sans provision". Supposons que P(A) = 0,60 et P(B) = 0,10.

   a) Imaginez un argument pour montrer que A et B pourraient être dépendants. Déduire de cet argument que $P(A \cap B) > P(A)\,P(B)$ ou que $P(A \cap B) < P(A)\,P(B)$.

   b) Supposons que $P(A \cap B) = 0{,}08$. Calculez la probabilité

      (i) que le chèque soit émis en retard ou soit sans provision;
      (ii) que le chèque soit bon mais qu'il ait été émis en retard;
      (iii) que le chèque soit émis en retard étant donné qu'il est sans provision;
      (iv) que le chèque soit bon étant donné qu'il a été remis en retard.

3. L'enfant d'un certain couple a, pour des raisons génétiques, une probabilité de 1/4 d'être atteint d'une certaine maladie. Si le couple en question a 3 enfants, calculez la probabilité de chacun des événements suivants:

   a) Les 3 sont malades
   b) Aucun des trois n'est malade
   c) Au moins un des trois est malade
   d) Les deux premiers sont malades mais pas le troisième
   e) Les deux premiers sont malades
   f) Exactement deux des enfants sont malades

4. Un automobiliste qui stationne toujours (7 jours par semaine) à la même place a reçu au cours de plusieurs mois 12 contraventions pour stationnement illégal. Il constate qu'elles lui ont toutes été infligées soit un jeudi, soit un mardi. Quelle est la probabilité d'un tel événement? Peut-on conclure que la police passe plus souvent le mardi et le jeudi?

5. Supposons que 5% des hommes et 0,25% des femmes sont daltoniens. On choisit un daltonien au hasard. Quelle est la probabilité que ce soit un homme? (Supposez que la probabilité de tomber sur un homme est 1/2 a priori).

6. La boîte A contient une bille noire et une blanche; la boîte B contient deux noires et une blanche. On choisit une boîte au hasard, puis une boule dans la boîte. Quelle est la probabilité que la boule soit noire?

7. Trois sacs contiennent chacun deux boules. Le sac A contient 2 noires, le sac B 2 rouges, et le sac C 1 rouge est une noire. On choisit un sac au hasard, puis une boule dans le sac. Elle est rouge. Quelle est la probabilité que la prochaine (tirée dans le même sac) soit noire? Considérez les cas où la deuxième boule est tirée avec et sans remise.

8. On assigne un numéro distinct à chacun des 1000 invités à un "party" de bureau. On procède ensuite au tirage au hasard d'un numéro; le gagnant reçoit un cadeau de 100 $.

   a) Soit X le gain de Pierre, l'un des invités. Calculez $E(X)$ et σ_X .

   b) Deux invités, Pierre et Suzanne, décident de s'associer: ils partageront un éventuel gain. Soit X le gain de Suzanne. Calculez $E(X)$ et $Var(X)$.

c) Généralisez le problème *b*) au cas de *n* associés. Trouvez une expression pour la variance en fonction de *n*. Montrez que la variance diminue à mesure que *n* augmente. Combien faut-il qu'il *y* ait d'associés pour que la variance du gain de chacun des associés soit inférieure ou égale à 1?

9. Un petit fruitier achète chaque jour 3 mangues à 50ç et les vend à 90ç. Les mangues non vendues à la fin de la journée sont écoulées à 40ç. Le nombre de clients en un jour est une variable aléatoire X dont la distribution est la suivante:

x	0	1	2	3	4
$p(x)$	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3

a) Soit G son gain net en un jour. Calculez $E(G)$.

b) Le fruitier devrait-il plutôt en acheter 4 par jour?

10. Albert, Bernard, Charles et David ont, respectivement, un revenu de 1 000 \$, 1 200 \$, 1 300 \$ et 1 500 \$. On choisit deux personnes au hasard parmi ces 4. Soit X le revenu moyen des 2 personnes tirées. Déterminer la fonction de masse de X, $E(X)$ et $Var(X)$.

11. Un détaillant reçoit 3 lots de lunettes. Le lot 1 contient 10 paires, dont 2 sont défectueuses; le lot 2 contient 40 paires, dont 3 sont défectueuses; le lot 3 contient 100 paires, dont 5 sont défectueuses.

Supposons que le détaillant mette les 3 lots ensemble et tire au hasard et sans remise deux paires de lunettes. Soit X le nombre de paires de lunettes défectueuses.

(a) Déterminez la fonction de masse de X;

(b) Déterminez l'espérance de $X/2$ (la proportion de pièces défectueuses);

(c) Déterminez la variance de $X/2$.